

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 NOVEMBRE 1941.

PRÉSIDENTE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. CHARLES CAMICHEL fait, en ces termes, hommage à l'Académie, au nom de M. L. ESCANDE, d'un Volume intitulé *Hydraulique générale*, Tome I, dont il a écrit la *Préface* :

L'hydraulique fait partie des industries anciennes, dans lesquelles la séparation des phénomènes ne s'est réalisée que progressivement, mais existe maintenant d'une façon si complète, dans les grands ouvrages modernes, que ceux-ci constituent de véritables laboratoires. De plus l'étude des liquides envisage des phénomènes plus comparables à eux-mêmes que celle des solides. Enfin l'évolution des autres industries intervenant en hydraulique, comme la métallurgie par exemple, s'est faite dans le même sens, avec un caractère de précision toujours plus accentué. Dès lors les recherches mathématiques ont trouvé une orientation précieuse dans l'expérience, qui leur a fourni l'indication des problèmes à résoudre et des approximations légitimes. Des réactions réciproques se sont établies entre les deux domaines.

Dans son *Traité*, M. Escande s'est attaché, avec succès, à dégager cette liaison essentielle des mathématiques et des applications industrielles qui caractérise la technique moderne de l'hydraulique. Son Ouvrage apporte une contribution importante dans le domaine de la mécanique des fluides.

CORRESPONDANCE.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur un nouveau type de courbe de fréquence.* Note de M. DANIEL DUGUÉ, présentée par M. Paul Montel.

On rencontre fréquemment, en statistique, le cas d'une variable aléatoire X ne pouvant prendre que des valeurs positives. Pour représenter une telle variable, les principales lois de fréquence connues à deux paramètres sont la loi de Gauss, la loi de Galton (exprimant que $\log X$ suit une loi de Gauss), la loi III de Karl Pearson sous la forme $y = \Lambda x^{x-1} e^{-ax}$.

Il arrive souvent qu'aucune de ces lois ne représente correctement le phénomène étudié. On introduit généralement alors un troisième paramètre, en particulier en disposant au mieux du zéro de la courbe, qui cesse alors de coïncider avec le zéro de la variable. Mais on se heurte ainsi à de nouveaux inconvénients :

Le procédé manque de naturel, et laisse tomber cette précieuse information qu'est le zéro de X ;

L'ajustement n'est simple qu'en sacrifiant une partie de la *quantité d'information* dont on dispose ; sinon il exige des calculs fort pénibles ;

Et surtout *il arrive que le nombre des observations dont on dispose soit si faible* (par exemple quelques dizaines) *que l'estimation de la troisième constante devienne d'une imprécision inacceptable.*

Pour surmonter cette difficulté, nous avons été conduit à essayer un nouveau type de courbe de fréquence. Pour diverses raisons, les unes mathématiques, les autres expérimentales, nous avons imposé à la courbe cherchée les conditions suivantes :

- 1° ne contenir que deux paramètres ;
- 2° que son zéro coïncide avec le zéro de la variable ;
- 3° que l'estimation des deux paramètres s'effectue d'une façon *exhaustive* (suivant l'expression de M. Darmois) à l'aide de deux fonctions statistiques ;
- 4° qu'elle tende vers zéro, au voisinage de $X = \infty$ à peu près comme la courbe III de Pearson, mais *plus vite que celle-ci au voisinage de l'origine* ;
- 5° que les *limites de confiance* à $K\%$, l'inférieure et la supérieure, aient la même moyenne géométrique quel que soit K (ou encore que la courbe représentant $\log X$ soit symétrique).

Toutes ces conditions sont réalisées par la fonction

$$y = \frac{A}{x} e^{-ax - \frac{b}{x}}.$$

Nous l'appelons le *type harmonique*. La constante d'intégration A se calcule par une fonction de Bessel. La médiane $\sqrt{b/a}$ est un paramètre d'échelle. Le paramètre de forme est $\lambda = ab$.

L'estimation de a et b se fait par les moyennes arithmétique et harmonique; elle est exhaustive. Le calcul utilise deux fonctions de Bessel.

CONCLUSION. — *Nous avons mis à l'épreuve le type harmonique sur l'exemple qui faisait l'objet de nos recherches (crues de rivières). La concordance a été, jusqu'ici, extrêmement satisfaisante.*

Remarque. — On peut généraliser le type harmonique de diverses façons; la plus intéressante consiste à poser

$$y = A x^{\alpha-1} e^{-ax - \frac{b}{x}}.$$

On obtient une courbe à trois constantes, a , b , α , dont une estimation exhaustive est fournie par les trois moyennes : arithmétique, harmonique, géométrique. Le type III de Pearson en est une forme dégénérée ($b = 0$).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de la dérivée oblique relatif aux équations linéaires aux dérivées partielles ou intégrodifférentielles du type elliptique canonique à deux variables.* Note (1) de M. MAURICE GEVREY.

Les problèmes aux limites comportant une dérivée oblique, qui ont donné lieu depuis quelques années à de remarquables travaux, avaient été rencontrés antérieurement par Poincaré et Gaston Bertrand dans la théorie des marées : ce dernier avait proposé une solution basée sur l'emploi des intégrales principales (2), dont la théorie complète a été édifiée par M. Giraud (3). En 1924, j'avais indiqué un procédé de résolution différent du précédent et relatif à l'équation intégrodifférentielle des marées : la dérivée oblique de l'inconnue est alors nulle à la frontière. J'ai ensuite étendu cette méthode à des équations plus générales et au problème aux

(1) Séance du 3 novembre 1941.

(2) *Annales Éc. Norm. sup.*, 40, 1923, p. 151.

(3) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1462.

limites linéaire ⁽⁴⁾. Je me propose ici de reprendre cette question et, avant d'indiquer une seconde méthode, de revenir sur la première au point de vue des *quasi-fonctions de Green*, dont j'ai déjà fait emploi. Ceci me permettra de préciser certains points, élargir quelques hypothèses, étendre le procédé aux systèmes. Enfin il convient d'ajouter à la quasi-fonction de Green utilisée un terme correctif nécessaire à son uniformisation.

$P(x, y)$ et $\Pi(\xi, \eta)$ étant deux points d'un domaine borné ouvert Ω , de frontière C pourvue d'un champ de normales höldérien, M un point courant de C , et l une direction continûment variable issue de M , nous poserons $du/dl = u'_l$. Soit l'équation

$$F_P u \equiv \Delta u + a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} + cu + \int_{\Omega} H_P^{\Pi} u_{\Pi} d\omega_{\Pi} + \int_C K_P^M u_M ds_M = f,$$

où Δ est un laplacien généralisé, a, b, c, f des fonctions de P continues dans Ω et valant $O(d^{\beta-1})$, d et δ étant les plus courtes distances de P et Π à C ; H_P^{Π} est une forme linéaire en u, u'_ξ, u'_η , à coefficients fonctions de P et Π , continus dans Ω sauf pour $P\Pi=0$, et valant $O(d^{\beta-1} \delta^{-\beta'} r^{\mu-2})$ avec $\beta > 0, \beta' < 1, \mu' > \beta'$ et $r = P\Pi$; enfin K_P^M est une forme analogue à H (M remplaçant Π), à coefficients continus pour P dans Ω et M sur C , et valant $O(d^{\beta-1})$.

L étant une fonction donnée de M , nous cherchons u_P , solution de $Fu \equiv f$ dans Ω et telle que $u'_l = L$ sur C . Pour une équation aux dérivées partielles ou, plus généralement, si $K_P^M u$ se réduit au terme en u , la continuité de L suffit; autrement, L doit être dérivable. Soient alors M_0 et P_0 deux points fixes de C et Ω , $M_0 t_0$ et Mt les tangentes positives en M_0 et M , θ et θ_1 les angles $(M_0 t_0, MP)$ et $(P_0 P_1, \Pi P_1)$: nous prendrons la détermination de θ qui, lorsque $MP \rightarrow 0$ suivant Mt , tend vers $(M_0 t_0, Mt)$, ce dernier angle partant de 0 quand M part de M_0 suivant $M_0 t_0$. Nous poserons

$$U_P^M = \mu \mathcal{L}r + \mathcal{L}r_1 - \nu \theta, \quad V_P^M = \mathcal{L}r + \mu_1 \mathcal{L}r_1 + \nu_1 \theta_1,$$

r et r_1 étant les distances de M ou Π à P et à P_1 , image de P ⁽⁵⁾; μ, ν, μ_1, ν_1 sont des fonctions de P dont les dérivées suivant la direction l s'annulent sur C , avec $\mu = \mu_1 = \cos 2\psi$ et $\nu = \nu_1 = \sin 2\psi$, ψ étant l'angle lMn , fonction

⁽⁴⁾ *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1243; 185, 1927, p. 1565; *Journ. de Math.*, 9, 1930, p. 75.

⁽⁵⁾ Voir notre Mémoire des *Annales Éc. Norm. sup.*, 52, 1935, p. 84.

uniforme de s (Mn normale intérieure) : ces fonctions seront formées par les méthodes du n° 6 du Mémoire cité ci-dessus.

Nous mettrons alors la solution cherchée sous la forme

$$(1) \quad u_P = \int_{\Omega} V_P^{\Pi} \varphi_{\Pi} d\omega_{\Pi} + \int_C U_P^M \omega_M ds_M.$$

Sur C , u'_i prend la valeur

$$-v_1 \tau_i \int_{\Omega} \varphi d\omega + 2\pi \omega \cos \psi, \quad \text{avec } \tau = (Ox, P_0 P_1);$$

égalant cela à L , on a ω , et portant ensuite u dans $Fu = f$, on trouve une équation de Fredholm où l'inconnue est φ , dont le noyau vaut $O(d^{\beta-1} r^{\mu-2})$, avec $\mu > \beta$, et le second membre $O(d^{\beta-1})$: elle se discute par des procédés analogues à ceux des nos 13 et 14 de notre Mémoire. On suppose ici $\cos \psi \neq 0$; si $\cos \psi$ s'annule en des points O_i , on pose $v = u + u_i$, v étant la nouvelle inconnue et u_i choisi de façon que $\omega \cos \psi$ s'annule en O_i ⁽⁶⁾.

La méthode s'étend au cas où la frontière se compose de C et d'autres courbes intérieures à C : dans les intégrales correspondantes, il faut alors remplacer θ par $\theta_i = (M_0 t_0, MP_i)$. Enfin on peut envisager le système de n équations intégrodifférentielles (avec $i, k = 1, \dots, n$)

$$\Delta u_k + \Sigma_i \left(a_i^k \frac{\partial u_i}{\partial x} + b_i^k \frac{\partial u_i}{\partial y} + c_i^k u_i \right) + \int_{\Omega} \Sigma_i (H_i^k)_P^{\Pi} [u_i d\omega]_{\Pi} + \int_C \Sigma_i (K_i^k)_P^M [u_i ds]_M = f^k,$$

$\partial u_k / \partial l_k$ étant donnée sur la frontière : u_k s'écrit sous une forme analogue à (1), et l'on obtient un système d'équations de Fredholm se ramenant à une seule par le procédé du n° 9 du Mémoire cité.

Si l'on donne sur la frontière une relation linéaire entre u et u'_i , le problème se ramène au précédent par le même artifice que le problème comportant la dérivée normale.

Notre méthode n'exige que le calcul d'une seule résolvante, mais elle suppose $\psi(s)$ pourvue d'une dérivée höldérienne. La seconde méthode nous affranchira de cette hypothèse, mais exigera le calcul d'un noyau résolvant dans Ω et la résolution d'une équation de Fredholm relative à la frontière.

(6) Notons que la forme H peut aussi contenir les dérivées secondes de u si leurs coefficients admettent en Π des dérivées valant $O(d^{\beta-1} \partial^{-\beta'} r^{\mu'-2})$. Cf. notre Note des *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 663.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les conditions d'existence d'une dérivée angulaire dans la représentation conforme.* Note de M^{lle} JACQUELINE FERRAND, présentée par M. Paul Montel.

Nous utiliserons les notations définies dans une précédente Note ⁽¹⁾. Pour qu'un domaine Δ soit valable, il suffit qu'il contienne un domaine valable Δ_1 et soit contenu dans un domaine valable Δ_2 ⁽²⁾.

I. Comme domaine Δ_1 , nous prendrons le domaine, symétrique par rapport à l'axe réel, contenu dans le demi-plan droit $\xi > 0$, ainsi formé : $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_\nu, \dots$ étant une suite croissante de nombres positifs tendant vers l'infini avec l'entier ν , on désigne par λ_ν le maximum de $(\pi/2) - |\operatorname{Arg} \zeta|$ sur la frontière de Δ pour $\rho_\nu < |\zeta| < \rho_{\nu+1}$ si ce maximum est positif et, s'il est négatif, on pose $\lambda_\nu = 0$. Δ_1 sera la réunion des secteurs $|\operatorname{Arg} \zeta| < (\pi/2) - \lambda_\nu$, $\rho_\nu \leq |\zeta| \leq \rho_{\nu+1}$. Sa frontière est formée de segments de droites passant par O et d'arcs de cercles de centre O.

Soit $\zeta = \varphi_1(z_1)$ la fonction réalisant la représentation conforme de Δ_1 sur le demi-plan $D_1 (x_1 > 0)$ de la variable $z_1 = x_1 + iy_1$, avec correspondance des points à l'infini et des axes réels dans les deux domaines. Posons

$$r_1 = |z_1|, \quad \rho = |\zeta|, \quad \lambda(r_1) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{Arg} \varphi_1(ir_1) = \frac{\pi}{2} + \operatorname{Arg} \varphi_1(-ir_1).$$

L'intégrale de Poisson ⁽³⁾, transformée pour le cas du demi-plan D_1 , permet de montrer que la condition nécessaire et suffisante pour que le domaine Δ_1 soit valable est la convergence de l'intégrale $\int_1^\infty \lambda(r_1) \frac{dr_1}{r_1}$.

Sur chaque côté de la ligne brisée qui forme la frontière de Δ_1 , nous connaissons une borne supérieure de $(\pi/2) - |\operatorname{Arg} \zeta|$, soit λ_ν . D'autre part, la méthode de la mesure harmonique permet de limiter la mesure logarithmique des intervalles leur correspondant sur la frontière de D_1 par un nombre de la forme $k[\lambda_\nu + \log(\rho_{\nu+1}/\rho_\nu)]$, k étant une constante inférieure à 6.

Pour que le domaine Δ_1 soit valable, il suffit que convergent les séries

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \lambda_\nu^2 \quad \text{et} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \lambda_\nu \log \frac{\rho_{\nu+1}}{\rho_\nu}.$$

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 977.

⁽²⁾ Voir B. GROOTENBOER, *Bull. Soc. math. France*, 61, 1933, pp. 128-140.

⁽³⁾ FATOU, *Acta Mathematica*, 30, 1906, p. 360.

Alors, dans la représentation conforme de Δ sur le demi-plan droit ($x > 0$) de la variable $z = x + iy$, le rapport $|z|/|\zeta|$ est borné supérieurement.

Remarque. — Au lieu de l'intégrale de Poisson, on peut utiliser la méthode employée par M. Ahlfors^(*) dans la démonstration de la deuxième inégalité fondamentale, combinée avec la mesure harmonique.

Exemple (considéré par M. Ahlfors). — Soit Δ , le domaine formé par le demi-plan $\xi > 0$ dont on a supprimé les arcs de cercle

$$|\zeta| = \rho_v, \quad |\operatorname{Arg} \zeta| > \frac{\pi}{2} - \lambda_v.$$

La condition nécessaire trouvée par M. Ahlfors, à savoir convergence de la série $\sum_{v=1}^{\infty} \lambda_v^2$, est suffisante.

II. Comme domaine Δ_2 , nous prendrons la réunion de Δ et du demi-plan droit $\xi > 0$. Supposons qu'on puisse trouver sur la frontière de Δ deux suites de points : α_n, α'_p , tels que $R_n = |\alpha_n|$ et $R'_p = |\alpha'_p|$ tendent en croissant vers l'infini et que, en posant

$$\begin{aligned} \delta_n &= \log \frac{R_{n+1}}{R_n}, & \delta'_p &= \log \frac{R'_{p+1}}{R'_p}, \\ \theta_n &= \begin{cases} \operatorname{Arg} \alpha_n - \frac{\pi}{2} & \text{si } \operatorname{Arg} \alpha_n > \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{si } \operatorname{Arg} \alpha_n < \frac{\pi}{2}, \end{cases} & \theta'_p &= \begin{cases} -\operatorname{Arg} \alpha'_p - \frac{\pi}{2} & \text{si } \operatorname{Arg} \alpha'_p < -\frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{si } \operatorname{Arg} \alpha'_p > -\frac{\pi}{2}, \end{cases} \end{aligned}$$

les séries suivantes convergent

$$\sum_{n=1}^{\infty} \delta_n \theta_n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n^2, \quad \sum_{n=1}^{\infty} |\delta_n - \delta_{n+1}|, \quad \sum_{p=1}^{\infty} \delta'_p \theta'_p, \quad \sum_{p=1}^{\infty} \delta'^2_p, \quad \sum_{p=1}^{\infty} |\delta'_p - \delta'_{p+1}|.$$

Alors le domaine Δ_2 est valable, et, dans la représentation conforme de Δ sur D , le rapport $|z|/|\zeta|$ est borné inférieurement.

On peut trouver sur la frontière de Δ_2 des points α_n, α'_p jouissant des mêmes propriétés, et respectivement extrémités des plus grands arcs (supérieurs à π) des cercles $|\zeta| = R_n$, $|\zeta| = R'_p$ contenus dans Δ_2 , donc accessibles. Soient a_n, a'_p leurs images dans la représentation conforme de Δ_2 sur le demi-plan droit D_2 de la variable $z_2 = x_2 + iy_2$. On reprend pour Δ_2 la démonstration de la première inégalité d'Ahlfors, et, en supprimant dans les coupures Θ_ρ certaines portions extrêmes, on remplace la fonction $\Theta(\rho)$ par une

fonction $\bar{\Theta}(\rho)$ qui rend convergente l'intégrale $\int_1^{\infty} \frac{\bar{\Theta} - \pi}{\bar{\Theta}} \frac{d\rho}{\rho}$.

(*) *Acta Soc. Sc. Fennicae*, Nova series, A, 1, 1930, n° 9.

Il s'introduit alors au premier membre un terme complémentaire que la méthode de la mesure harmonique permet de borner par la série

$$\sum_1^{\infty} (d_n \delta_n + d'_p \delta'_p)$$

en posant

$$r_n = |a_n|, \quad d_n = \log \frac{r_{n+1}}{r_n}, \quad r'_p = |a'_p|, \quad d'_p = \log \frac{r'_{p+1}}{r'_p}.$$

Il serait difficile de borner d_n et d'_p , mais on sait que, Δ_2 contenant un demi-plan, $\log(r_n/\rho_n)$ et $\log(r'_p/\rho_p)$ sont bornés, ce qui permet de comparer cette série à

$$\sum_1^{\infty} (\delta_n^2 + \delta'_p{}^2) \quad \text{si les séries} \quad \sum_1^{\infty} |\delta_n - \delta_{n+1}| \quad \text{et} \quad \sum_1^{\infty} |\delta'_p - \delta'_{p+1}| \quad \text{convergent.}$$

THÉOREME. — *Si un domaine Δ satisfait aux conditions I et II, il est valable.*

Exemple. — Soient A et B les domaines formés en ôtant du plan

$$\zeta = \xi + i\eta,$$

pour A, les demi-droites $\xi < 0$, $\eta = \pm R_n$,

pour B, les demi-cercles $\xi < 0$, $|\zeta| = R_n$ et l'axe réel négatif $\xi < 0$, $\eta = 0$.

Si, en posant $\delta_n = \log \frac{R_{n+1}}{R_n}$, les séries $\sum_1^{\infty} \delta_n^2$ et $\sum_1^{\infty} |\delta_{n+1} - \delta_n|$ convergent, les deux domaines sont valables.

Pour le domaine A, la condition suffisante résultant des inégalités d'Ahlfors serait la convergence de la série $\sum_1^{\infty} \delta_n^{3/2}$.

Pour le domaine B, quelle que soit la façon dont sont choisis les R_n , l'intégrale $\int_1^{\rho} \frac{\Theta - \pi}{\Theta} \frac{d\rho}{\rho}$ diverge, puisque $\Theta(\rho) = 2\pi$, sauf

$$\Theta(R_1) = \dots = \Theta(R_n) = \dots = \pi.$$

Ceci n'est pas en contradiction avec la condition nécessaire établie par M. Ahlfors pour un domaine symétrique, car la fonction $\Theta^2(\rho)$ n'est pas à variation totale bornée.

Remarques. — Les conditions I sont moins restrictives que celles de M. Grootenboer⁽²⁾, à savoir convergence des séries $\sum \lambda_v \log \frac{\rho_{v+1}}{\rho_v}$ et $\sum \lambda_v$.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur l'influence de l'allongement dans les écoulements plans limités par deux plans parallèles, et sur la constitution des couches limites de ces plans.* Note ⁽¹⁾ de M. MARCEL SÉDILLE, présentée par M. Henri Villat.

L'étude des couches limites des obstacles cylindriques disposés dans un écoulement plan est particulièrement au point, et l'on sait retrouver à peu près exactement les décollements qui se produisent dans les parties à ralentissement de vitesse des couches laminaires. Il en est de même à peu près des couches limites des obstacles de révolution. On connaît, par contre, peu de choses sur la constitution des couches limites plus complètes, telles que celles qui se forment sur les plans qui limitent, en pratique, les écoulements à deux dimensions. Leur importance est cependant si grande qu'ils conditionnent souvent la majeure partie des pertes d'un tel écoulement.

Leur constitution est particulièrement influencée par le régime des pressions imposé par les obstacles cylindriques disposés dans l'écoulement en question. Considérons un tel obstacle constitué, par exemple, par une série d'ailes disposées de manière à former une grille. Par suite de la détente qui correspond à la disposition représentée en exemple sur la figure 1, la pression aval p_1 est inférieure à la pression p_0 . Du fait de la courbure, la pression sur l'extrados des profils est inférieure à p_1 , de sorte qu'en b il règne une pression inférieure à celle en a . Dans toute la partie saine du fluide, c'est-à-dire celle qui est suffisamment éloignée des plans, parallèles au plan de figure, qui limitent l'écoulement, cette dépression en b équilibre la force centrifuge due à la courbure des filets. Les filets situés dans la couche limite des plans latéraux ont une vitesse ralentie par le frottement, et la dépression n'est plus équilibrée par leur force centrifuge. Ils sont donc attirés par cette dépression, et il se produit un dérapage des filets qui convergent vers les points de dépression maximum. Ce dérapage est d'autant plus important que la vitesse est plus ralentie, c'est-à-dire que l'on est plus près des parois latérales. Au fur et à mesure que l'on se rapproche donc de ces dernières, le vecteur vitesse diminue en grandeur et tourne progressivement en direction dans le sens des dépressions jusqu'à être normal aux isobares de l'écoulement sain qui sont au

(1) Séance du 3 novembre 1941.

contact des parois planes. L'écoulement dans la couche limite peut d'ailleurs être mis en évidence par des essais à la peinture.

Dans les angles formés par les raccordements entre les obstacles cylindriques et les parois limites de l'écoulement, il se produit une accumulation de fluide ralenti vers les points de dépression maximum, ce qui donne généralement naissance à un décollement, même dans le cas d'écoulements accélérés, comme c'est le cas représenté figure 1. Ces

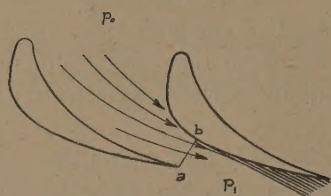


Fig. 1.

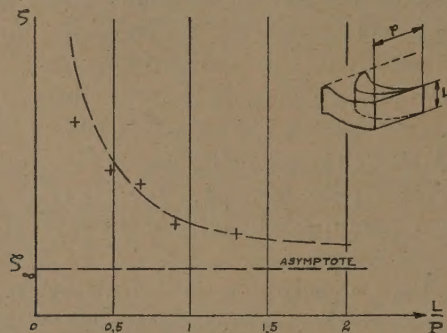


Fig. 2.

décollements sont souvent le siège des pertes principales des écoulements correspondants. Ils expliquent en particulier les phénomènes qui se produisent au raccordement des ailes et des fuselages d'avion. Ils peuvent être atténués et même disparaître par l'emploi d'arrondis de raccordement suffisants. Dans ce dernier cas, le dérapage des couches limites qui persiste, amorce les mouvements secondaires bien connus dans les canaux courbes.

Les écoulements cylindriques limités par des plans sont le siège de pertes qui, par suite des décollements produits par les dérapages, sont, par rapport aux pertes d'un écoulement cylindrique illimité, supérieures de beaucoup à l'augmentation que produirait le seul frottement sur les plans limites. Les pertes de charge d'une grille telle que celle de la figure 1, sont alors fonctions de son allongement, c'est-à-dire de la proportion de surfaces inactives et de surfaces frottantes actives, les premières ayant une influence prépondérante. On peut prendre comme mesure de l'allongement le rapport de l'épaisseur de l'écoulement à une dimension caractéristique des profils par exemple. On trouve ainsi, quoique pour une autre raison, une dépendance de l'allongement analogue à celle que l'on constate pour les ailes d'avion et qui est due dans ce dernier cas aux tourbillons marginaux

bien connus. Il se trouve même que, dès que l'allongement est faible, la variable allongement est en pratique la variable principale.

Comme pour les ailes d'avions, la loi de variation des pertes en fonction de l'allongement est relativement simple dès que l'allongement est suffisant. En pratique, cette loi, qui est reproduite pour un cas particulier sur la figure 2, correspond assez bien avec l'hypothèse de décollements de dérapage de forme et de dimensions invariables ne dépendant que des dimensions des profils et non de l'épaisseur de l'écoulement. En appelant ζ_{∞} la perte de charge de l'écoulement à deux dimensions d'épaisseur illimitée, et x l'allongement, la perte de charge d'un écoulement limite est de la forme

$$\zeta = \zeta_{\infty} + \frac{a}{x},$$

a étant une constante

Naturellement, pour des allongements tels que l'épaisseur des décollements de dérapage soit de l'ordre de la demi-épaisseur de l'écoulement, cette loi n'est plus vérifiée.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Les sauts quantiques des étoiles.*

Note (1) de M. ÉMILE SEVIN, présentée par M. Ernest Esclangon.

Soient M la masse d'une étoile, R son rayon, G la constante de gravitation, c la vitesse de la lumière, n un nombre sans dimensions, et exprimons, par les formules suivantes, la valeur absolue du potentiel de gravitation en surface GM/R et l'effet Einstein φ :

$$(1) \quad \frac{GM}{R} = \frac{2c^2}{(137n)^2},$$

$$(2) \quad \frac{GM}{R} = \frac{2c^2}{(1849,5n)^2},$$

$$(3) \quad \varphi = \frac{GM}{cR} = \frac{2c}{(137n)^2},$$

$$(4) \quad \varphi = \frac{GM}{cR} = \frac{2c}{(1849,5n)^2}.$$

Si, dans les formules (2) et (4), on pose $n=1$, on définit les Céphéides

(1) Séance du 3 novembre 1941.

à leur naissance ⁽²⁾. Par extension, si nous parvenons à montrer que n peut prendre toute une série de valeurs discrètes, nous nous trouverons avoir englobé l'ensemble des possibilités, touchant les étoiles vibrantes ou susceptibles de vibrer, et nous pourrions dire que les formules (1) et (3) caractérisent les vibrantes d'une série condensée, tandis que les formules (2) et (4) concernent les vibrantes d'une série diffuse.

Parmi les étoiles de l'époque présecondaire, on connaît les grandeurs des effets Einstein de huit objets : sept de ces grandeurs ont été déterminées par M. Trumpler et sont relatives à des résidus de supernovæ ⁽³⁾, alors que la huitième a été calculée par nous-même, à l'occasion de l'étude de σ , Eridani B, résidu de nova ⁽⁴⁾. Voici ces grandeurs, évaluées en kilomètres par seconde :

$$\begin{array}{ccccccc} 5,4 & & 7,9 & 8,5 & 9,9 & 9,4 & \text{moyenne } 8,9, \\ & & 14,6 & 15,2 & 14,3 & & \text{moyenne } 14,7 \end{array}$$

et l'on voit qu'elles forment trois groupes bien distincts.

Maintenant, remplaçons successivement, dans la formule (3), n par 2,5 2 et 1,5. Il vient

$$\frac{2 \times 3 \times 10^5}{(137)^2 (2,5)^2} = 5,11 \qquad \frac{2 \times 3 \times 10^5}{(137)^2 2^2} = 7,99 \qquad \frac{2 \times 3 \times 10^5}{(137)^2 (1,5)^2} = 14,2$$

et l'on en déduit immédiatement que les huit étoiles en cause sont réparties entre les échelons 2,5 2 et 1,5 de la série condensée, l'intervention de nombres quantiques demi-entiers, aussi bien qu'entiers, se trouvant en même temps mise en évidence.

Mais on connaît d'autres produits de cataclysmes récents : ce sont les binaires spectroscopiques, et, lorsqu'elles sont à éclipses et que les circonstances sont favorables, on peut évaluer directement les masses et les rayons des étoiles qui les constituent.

Cela a été fait pour 36 systèmes, parmi lesquels M^{me} et M. Payne-Gaposchkin signalent, comme des déterminations de premier ordre, les éléments de γ Cygni, HD 163.181 et AR Aurigæ ⁽⁵⁾. Or, si l'on porte ces

⁽²⁾ *Comptes rendus*, 211, 1940, pp. 638-639.

⁽³⁾ *The Astrophysical Journal*, 88, 1938, p. 506.

⁽⁴⁾ *Physique stellaire, Essai de synthèse*, Paris, 1939, p. 57.

⁽⁵⁾ *Variable Stars*, Cambridge, Massachusetts, 1938, pp. 84 et 86; *The Astrophysical Journal*, 89, 1939, pp. 125 et 322.

éléments dans la formule (3), on trouve respectivement, pour les valeurs de n correspondant aux six composantes :

$$3,538 \quad 3,558 \quad 3,987 \quad 3,950 \quad 5,995 \quad 6,462;$$

ce qui montre que ces composantes sont aux échelons 3,5 3,5 4 4 6 et 6,5 de la série condensée : la valeur absolue de l'écart moyen n'est que de 0,03.

Il apparaît donc nettement que les supernovæ et les novæ constituent des sauts quantiques d'étoiles vibrantes ou pseudovibrantes.

Y Cygni et HD 163.181 appartiennent à la classe O, et, les résultats ci-dessus étant acquis, on peut par exemple rechercher les échelons des étoiles des autres systèmes de la classe O, AO Cassiopeiæ et UW Canis Majoris, ainsi que de VV Cephei et de ζ Aurigæ, qui sont particulièrement intéressants. Les huit étoiles formant ces systèmes se répartissent entre les échelons 4 et 2 de la série diffuse, 6 5,5 5 et 4,5 de la série condensée.

Mais la scission d'une étoile s'opère dans des conditions très remarquables : la distribution de la masse initiale, entre les deux composantes, se fait de telle façon que les infrasons ⁽⁶⁾, rendus par ces composantes, forment un intervalle musical exact; par ailleurs il s'établit des rapports quantiques entre la durée de révolution \mathfrak{T} des orbites et les périodes θ des infrasons. Ainsi le système binaire, qui vient de naître, se trouve quantifié par l'intermédiaire des infrasons.

		\mathfrak{T} .	θ_A .
Pour Y Cygni.....	$\frac{\theta_A}{\theta_B} = 1,$	$2^3 \frac{3}{2}$	$2^3 \frac{3}{2} \theta_B;$
HD 163.181.....	$\frac{\theta_A}{\theta_B} = \frac{9}{8},$	$2^2 \left(\frac{3}{2}\right)^3$	$2 \left(\frac{3}{2}\right)^3 \theta_B;$
ζ Aurigæ.....	$\left(\frac{2}{27}\right)^2 \frac{\theta_A}{\theta_B} = \frac{3}{2},$	$2^3 \left(\frac{3}{2}\right)^3$	$2^6 \left(\frac{3}{2}\right)^9 \theta_B;$
AO Cassiopeiæ.....	$\frac{\theta_A}{\theta_B} = 2,$	$7 \frac{1}{2^2}$	$7 \frac{1}{2} \theta_B;$
UW C. Majoris....	$\frac{\theta_A}{\theta_B} = \frac{32}{27},$	$7 \frac{1}{2}$	$7 \times 2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \theta_B;$
VV Cephei.....	$\frac{\theta_A}{(27)^2 \theta_B} = \frac{81}{64},$	$7 \frac{1}{2}$	$7 \times 2^3 \left(\frac{3}{2}\right)^{10} \theta_B.$

Après quoi on peut vérifier, en utilisant les périodes de révolution fournies par l'observation et qui sont connues avec une grande précision, que les six systèmes sont accordés entre eux, avec le Soleil et avec la période de

(6) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 333.

rotation de la Terre sur elle-même, période qui détermine le spin de notre planète. Les écarts ne dépassent pas quelques *millièmes*.

Enfin, on constate que tous les intervalles entre infrasons se trouvent être des intervalles du diatonique musical grec, qui procédait uniquement d'octaves et de quintes.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Compléments à notre Note sur l'intégration de l'équation de M. de Donder* ⁽¹⁾. Note ⁽²⁾ de M. **GEORGES BIBEN**, présentée par M. Louis de Broglie.

I. Dans la Note citée, nous avons étudié la mise en équation du problème. Dans le cas d'un ds^2 extérieur de Schwarzschild, nous avons obtenu l'équation différentielle

$$\left(1 - \frac{a}{r}\right) \frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \left(2 - \frac{a}{r}\right) \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} + k^2 \varphi = 0,$$

que nous avons intégrée par la méthode de M. Hadamard.

En étudiant à nouveau ce problème, nous nous sommes aperçu qu'il se présentait un cas particulier remarquable lorsque $a = 1$ et $k = 0$. Nous avons, en remplaçant φ par u , l'équation

$$(1) \quad \left(1 - \frac{1}{r}\right) \frac{d^2 u}{dr^2} + \left(2 - \frac{1}{r}\right) \frac{1}{r} \frac{du}{dr} = 0.$$

En posant

$$(2) \quad ru = v,$$

on obtient

$$(3) \quad \left(1 - \frac{1}{r}\right) \frac{d^2 v}{dr^2} + \frac{1}{r^2} \frac{dv}{dr} - \frac{v}{r^3} = 0,$$

que l'on peut écrire sous la forme

$$\left(1 - \frac{1}{r}\right) \frac{d^2 v}{d \log \left(\frac{1}{r}\right)^2} + \left(1 - \frac{2}{r}\right) \frac{dv}{d \log \frac{1}{r}} - \frac{v}{r} = 0,$$

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 726.

⁽²⁾ Séance du 27 octobre 1941.

en posant $1/r = x$, l'on obtient l'équation

$$(1-x) \frac{d^2 v}{d \log x^2} - (2x-1) \frac{dv}{d \log x} - xv = 0,$$

que l'on intègre à l'aide de la fonction $P \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} (x)$ de Riemann ⁽³⁾.

Si l'on pose $v = \Sigma a_n x^n = \Sigma a_n e^{n \log x}$, l'algorithme de Riemann donne

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+1}{n+2} \quad \text{et} \quad v = \int_0^1 \frac{d\sigma}{1-x\sigma},$$

d'où

$$u = \frac{1}{r} \int_0^1 \frac{d\sigma}{1-\frac{\sigma}{r}} = -C \log \left(1 - \frac{1}{r} \right) + D.$$

Par analogie avec les potentiels de Newton, le potentiel u doit être nul pour r infini, donc $D=0$ et $u(r)$ est infini pour $r=1$.

II. Reprenons l'équation $\square_2 \varphi + k^2 \varphi = 0$ que nous écrirons $\square_2 u + k^2 u = 0$; c'est-à-dire

$$(4) \quad g^{\alpha\beta} \frac{\partial^2 u}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} + \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g} g^{\alpha\beta})}{\partial x^\alpha} \frac{\partial u}{\partial x^\beta} + k^2 u = 0 \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3).$$

Le ds^2 est un ds^2 extérieur, c'est-à-dire que $R_{\alpha\beta} = 0$, dans ce cas $R = \Sigma g^{\alpha\beta} R_{\alpha\beta} = 0$.

Soit $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$ ($\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4$) le ds^2 extérieur; définissons les coordonnées normales de Riemann $\xi^\alpha = s(dx^\alpha/ds)_0$, et soit ds_0^2 l'élément linéaire de la métrique euclidienne normale. Dans ce cas, on peut écrire

$$ds^2 = ds_0^2 \left(1 - \frac{1}{3} K h^2 \right) \quad (K \text{ désignant la courbure riemannienne ou la planarité}).$$

Un théorème célèbre de Schur nous apprend que si les $[n(n+1)/2]$ relations $R_{\alpha\beta} = 0$ sont vérifiées, les espaces considérés sont à courbure nulle, mais seulement dans les directions à $n=1$ dimensions. C'est pour cette raison que Riemann appelait K la planarité, car Riemann savait qu'il suffisait que K soit égale à zéro pour que le ds^2 soit réductible à une somme de carrés, c'est-à-dire soit une variété plane. Dans ces conditions

$$ds^2 = ds_0^2 + \Sigma (d\xi^\alpha)^2.$$

(3) RIEMANN, *Œuvres mathématiques de Riemann*, traduites par L. Laugel, p. 61.

Par conséquent, en posant

$$\Gamma = \rho^2 = \Sigma (z^2)^2,$$

l'équation $\square_2 u + k^2 u$ s'écrira en considérant u fonction de ρ seulement

$$\frac{d^2 u}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{du}{d\rho} + k^2 u = 0,$$

ce qui donne

$$u_1 = \frac{e^{ik\rho}}{\rho} = \frac{e^{ik\sqrt{\Gamma}}}{\sqrt{\Gamma}}, \quad u_2 = \frac{e^{-ik\rho}}{\rho} = \frac{e^{-ik\sqrt{\Gamma}}}{\sqrt{\Gamma}}.$$

ACOUSTIQUE. — *Sur le son d'axe des corps tournant à grande vitesse. Une nouvelle source sonore étalon.* Note de M. **EUGÈNE HUGUENARD**, présentée par M. Ernest Esclançon.

Quand un corps tourne autour d'un axe matériel guidé par des paliers et que sa vitesse dépasse quelques dizaines de tours par seconde, il rend un son d'axe dont la hauteur et l'intensité augmentent avec cette vitesse. Depuis que L. Foucault a signalé cette propriété du miroir tournant qu'il construisit pour mesurer la vitesse de la lumière, ce son est attribué aux chocs de l'axe sur les coussinets de ses paliers : on sait qu'un équilibrage particulièrement soigné du miroir tournant peut réduire ce son sans le supprimer.

Or ce son existe même quand il n'y a ni paliers, ni axe matériel guidant le rotor : c'est le cas des machines, décrites dans une Note antérieure, où le rotor est mû et supporté entièrement par l'air comprimé ⁽¹⁾.

Certaines de ces machines émettent un son particulièrement intense et pur; leur étude a montré qu'il provenait uniquement, dans ce cas, du défaut de centrage géométrique de la surface externe du rotor sur l'axe réel de rotation. Cette cause intervient également dans la production du son émis par des machines munies, comme le miroir tournant de Foucault, d'un axe et de paliers.

En effet, lorsqu'un corps, qui est de révolution ou à peu près, tourne à grande vitesse autour de son axe d'inertie et que cet axe ne coïncide pas avec l'axe de révolution de la surface externe du rotor, cette surface est animée d'un mouvement excentrique; elle agite l'air ambiant en produi-

(1) E. HENRIOT et E. HUGUENARD, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1389.

sant un son comme tout corps vibrant : la vibration est ici circulaire au lieu d'être rectiligne comme dans la plupart des corps sonores.

Diverses sources sonores ont été réalisées sur ce principe, en munissant un rotor de révolution, mû et supporté par l'air comprimé, d'un cylindre excentrique de dimensions en rapport avec celles du rotor. Pour un rotor de 8^{cm} de diamètre, pesant 380^g, cet excentrique est un cylindre à base circulaire, en acier, de 7^{cm} de diamètre, de 3^{cm} de hauteur, dont l'axe de révolution, vertical, est placé parallèlement et à 0^{cm},5 de l'axe du rotor. Le centre de gravité de l'excentrique est ramené sur l'axe du rotor par le perçage d'un trou cylindrique de dimensions convenables.

Par rapport à un observateur placé dans un plan horizontal qui rencontre l'excentrique, ce dernier apparaît comme un rectangle de 7^{cm} de largeur, 3^{cm} de hauteur, qui avance et recule à chaque tour de 1^{cm}, en oscillant latéralement de la même quantité.

L'ensemble du rotor et de l'excentrique, pesant 1450^g, peut tourner à 1200 t : s. Jusqu'à cette vitesse, il constitue une source sonore qui peut être, en première approximation, regardée comme équivalente à un piston de 21^{cm}² vibrant de 0^{cm},5 de part et d'autre de sa position moyenne à une fréquence comprise entre 0 et 1200.

La masse de ce piston, qu'il serait très difficile de faire osciller en ligne droite à une telle fréquence, ne gêne en rien le mouvement du rotor. Il y aurait également de grandes difficultés à équilibrer une telle masse autour d'un axe solide aux allures atteintes couramment avec la suspension sur l'air, car la réaction de l'atmosphère sur l'excentrique introduit une force qui ne passe pas par l'axe et qui n'est pas proportionnelle au carré de la vitesse angulaire.

La compression produite dans l'air en avant de l'excentrique s'écoule partiellement en arrière; deux écrans horizontaux encadrant le haut et le bas de l'excentrique l'empêchent de s'échapper latéralement. Quand la vitesse périphérique de l'excentrique atteint la vitesse du son, cet écoulement vers l'arrière est peu important.

Ce dispositif constitue une source sonore qui possède les caractères suivants :

1° l'intensité du son émis et sa hauteur dépendent uniquement des dimensions de la machine et de sa vitesse de rotation qui peut être facilement maintenue constante;

2° le son, avec une très grande approximation, est sinusoïdal, exempt d'harmoniques;

3° sa hauteur peut atteindre les fréquences inaudibles;

4° la puissance rayonnée dans l'air par la source peut être grande; l'excentrique de $7^{\text{cm}} \times 3^{\text{cm}}$ tournant à 1200 t : s émet un son qui peut être comparé à celui d'un sifflet à vapeur usuel et ne peut être supporté par l'oreille placée à moins de quelques mètres de la source. Cette puissance, particulièrement grande quand la vitesse périphérique du rotor dépasse celle du son, atteint quelques centaines de watts;

5° pour chaque vitesse du rotor, l'intensité du son est constante dans tous les azimuts; elle est maxima dans le plan horizontal qui passe par l'excentrique;

6° le son change de phase d'un méridien à un autre : la différence des phases est égale à l'angle des méridiens.

Il est possible de construire ainsi des sources étalons dans lesquelles l'excentrique a une section méridienne utile qui peut varier du décimètre carré au centimètre carré, et produire des sons dont la hauteur maxima varie de 500 à 15000 vibrations par seconde.

SPECTROSCOPIE. — *Influence de la température sur le spectre d'absorption de l'ozone (bandes de Huggins)*. Note ⁽¹⁾ de MM. **DANIEL BARBIER** et **DANIEL CHALONGE**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Les coefficients d'absorption de l'ozone ont été mesurés à diverses températures par Wulf et Melvin ⁽²⁾ et par Vassy ⁽³⁾. L'emploi de ces données à la détermination de la température moyenne de l'ozone atmosphérique nous a conduits à des résultats difficilement admissibles, ainsi que nous l'avons indiqué ⁽⁴⁾; d'autres auteurs, discutant nos mesures, sont arrivés à la même conclusion ⁽⁵⁾. Nous en avons déduit que certaines des données physiques intervenant dans les calculs pouvaient être erronées : ces données se réduisant aux valeurs numériques des coefficients d'absorption de l'ozone aux diverses températures, nous avons refait au

⁽¹⁾ Séance du 3 novembre 1941.

⁽²⁾ *Phys. Rev.*, 38, 1931, p. 330.

⁽³⁾ *Annales de Physique*, 8, 1937, p. 679.

⁽⁴⁾ *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1238.

⁽⁵⁾ A. et E. VASSY, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1518; PENNDORF, *Meteorologische Zeitschrift*, 57, 1940, p. 418.

laboratoire l'étude de ces coefficients. Dans un travail récent ⁽⁶⁾ nous avons publié un premier groupe de résultats concernant les coefficients d'absorption de l'ozone à température ordinaire : nos nouvelles déterminations sont, en général, en excellent accord avec celles de Ny et Choong ⁽⁷⁾ qui étaient usitées jusqu'ici. L'emploi des coefficients de Ny et de Choong ne pouvait donc fausser les déterminations de température de l'ozone atmosphérique.

2. Dans le travail résumé ici nous avons repris l'étude de la variation des coefficients d'absorption de l'ozone avec la température. Les déterminations résultent de la mesure de près de deux mille spectres contenus sur une centaine de clichés. Nous avons pris des précautions spéciales pour la mesure des températures et nous avons constaté, en particulier, que la température de la glace carbonique du commerce est égale à -95°C . et non à -80°C ., comme l'admettent certains auteurs. Les déterminations relatives aux principaux maxima et minima d'absorption aux diverses températures sont représentées sur la figure ci-après ⁽⁸⁾. Ce graphique met en évidence, en particulier, les deux résultats suivants :

- a. les coefficients des maxima d'absorption varient avec la température ;
- b. la variation des coefficients des minima d'absorption n'est pas fonction linéaire de la température.

Ces résultats sont en contradiction avec ceux qu'avait annoncés Vassy ⁽⁹⁾ pour les températures inférieures à la température ordinaire

Le contraste des bandes d'absorption, différence des coefficients relatifs à un maximum et à un minimum consécutifs, est, très sensiblement, fonction linéaire de la température au-dessous de $+18^{\circ}\text{C}$. ⁽⁹⁾.

Nous avons vérifié, après Vassy ⁽³⁾, que les coefficients d'absorption de l'ozone étaient insensibles à l'effet de la pression dans de larges limites.

3. Malgré les différences importantes existant entre les déterminations des coefficients d'absorption publiées ici et celles antérieurement employées, les résultats numériques d'ordre géophysique que nous avons obtenus précédemment ⁽⁴⁾ ne sont pas modifiés beaucoup par l'introduction des

⁽⁶⁾ *Journal de Physique*, 1, 1940, p. 217.

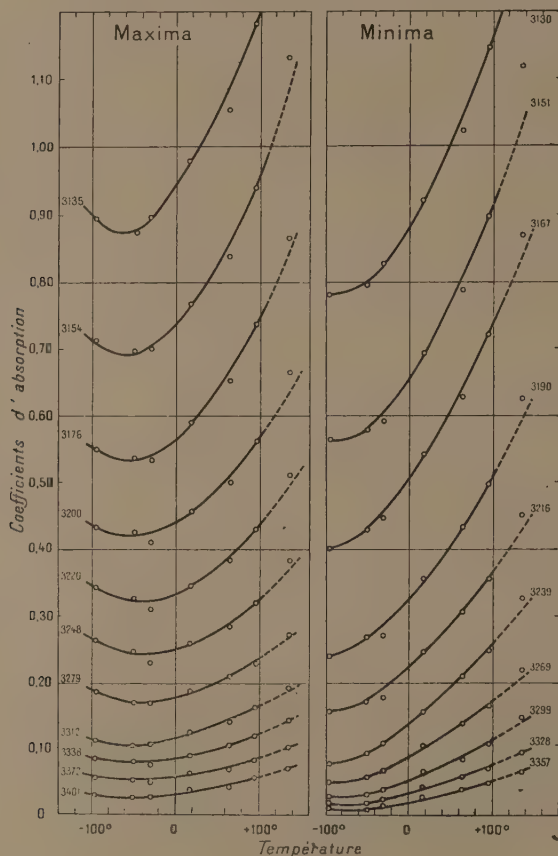
⁽⁷⁾ *Chinese Journal of Physics*, 1, 1933, p. 38.

⁽⁸⁾ Les points relatifs à la température $+135^{\circ}\text{C}$. sont moins précis que les autres.

⁽⁹⁾ C'est un argument de plus en faveur de la méthode de calcul de la température moyenne de l'azote atmosphérique que nous avons proposée (*Journal de physique*, 10, 1939, pp. 113 et 324).

nouvelles valeurs, par suite d'une compensation heureuse des diverses causes d'erreur. Il faudra donc chercher l'explication des valeurs anormales de la température stratosphérique déduites de nos spectres stellaires

(Les longueurs d'onde sont inscrites auprès des courbes)

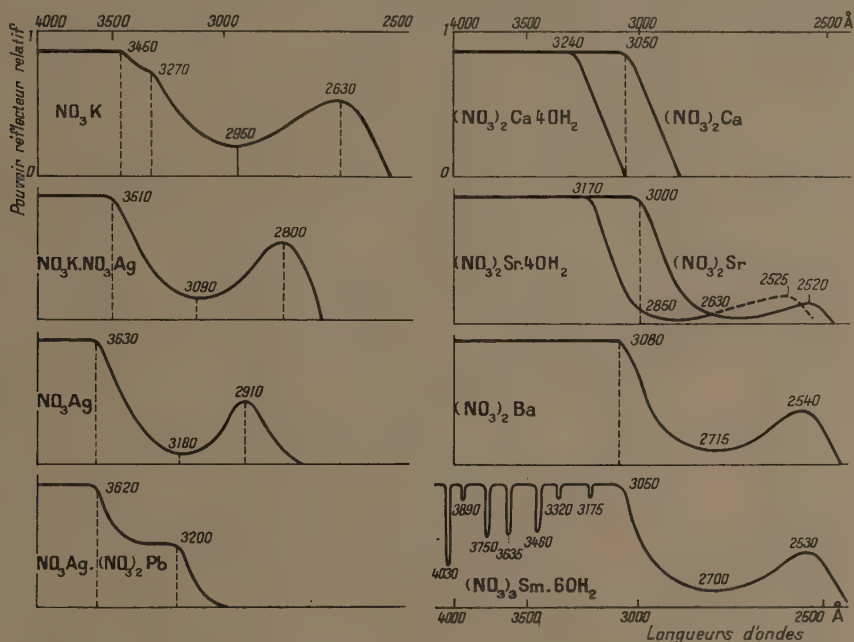


dans la qualité insuffisante de ces derniers : sur ces spectres, très peu dispersés, les raies d'absorption d'origine stellaire n'apparaissent pas assez nettement, et il peut en résulter des erreurs systématiques dans la mesure des contrastes. Il serait sans doute nécessaire, pour que les déterminations de température stratosphérique prennent une valeur quantitative, que l'on emploie un spectrographe à fente de grande dispersion.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Absorption ultraviolette de nitrates métalliques simples et de quelques nitrates doubles à l'état solide.* Note (1) de M. ALAIN BERTON, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons obtenu, au moyen des spectres de réflexion de poudres, dans l'ultraviolet (4000 à 2400 Å), les bandes d'absorption de toute une série de nitrates métalliques simples et de quelques nitrates doubles à l'état solide (voir les courbes et le tableau).

Nous avons ainsi pu étudier l'influence de l'élément métallique et celle



de l'eau d'hydratation sur la bande caractéristique du groupement nitrique. Cette bande, large, analogue à celle des nitrates en solution aqueuse, présente, pour un certain nombre de sels, un maximum et un minimum d'absorption dont les positions varient, avec la nature du métal, entre 3000 et 2800 Å, 2650 et 2550 Å, respectivement.

(1) Séance du 13 octobre 1941.

La limite, du côté des grandes longueurs d'onde, de la bande large est particulièrement nette et varie, pour la plupart des nitrates avec la nature de l'élément métallique, entre 3350 et 3000 Å. Elle caractérise, seule, la bande d'absorption du groupement nitrique pour les sels dont le spectre ne comporte pas de maximum ni de minimum.

Sels simples.	Limite de la bande.	Maxi- mum.	Mini- mum.	Sels simples.	Limite de la bande.	Maxi- mum.	Mini- mum.
NO^3Li	3280	2910	2580	$(\text{NO}^3)^3\text{Al}.9\text{OH}^2$	3260	2815	2530
NO^3Na	3300	2880	2580	$(\text{NO}^3)^3\text{Bi}.5\text{OH}^2$	3340		
NO^3Rb	3310	3070	2615	$(\text{NO}^3)^4\text{Th}.12\text{OH}^2$	3090		
NO^3NH^4	3340	2970	2615	$\text{NO}^3\text{Ag}.2\text{NH}^3$	3400	3100	2810
$(\text{NO}^3)^2\text{Mg}.6\text{OH}^2$	3280	2910	2575	NO^3Tl	3430	3070	2880
$(\text{NO}^3)^2\text{Zn}.6\text{OH}^2$	3320					2600	
$(\text{NO}^3)^2\text{Cd}.4\text{OH}^2$	3300			$\text{NO}^3\text{Hg}.\text{OH}^2$	3410		
$(\text{NO}^3)^2\text{Pb}$	3180	2660 (f)		$(\text{NO}^3)^2\text{Hg}.2\text{OH}^2$	3380		
$(\text{NO}^3)^2\text{Mn}.6\text{OH}^2$	3380	2900	2725	$(\text{NO}^3)^2\text{Cu}.6\text{OH}^2$	3580		
$(\text{NO}^3)^2\text{Ni}.6\text{OH}^2$	3240	2840	2585	$(\text{NO}^3)^3\text{Fe}.9\text{OH}^2$	3510		
		3850 (Ni)	3330 (Ni)	Sels doubles et sels mixtes.			
$(\text{NO}^3)^2\text{Co}.6\text{OH}^2$	3320			$\text{NO}^3\text{K}, \text{NO}^3\text{Ag}(\text{F})(\text{A})$.	3510	3090	2800
$(\text{NO}^3)^2\text{La}.6\text{OH}^2$	3050			$\text{NO}^3\text{Na}, \text{NO}^3\text{Ag}$ } $\text{NO}^3\text{NH}^4, \text{NO}^3\text{Ag}$ }	} Limite de NO^3Ag		
$(\text{NO}^3)^2\text{Ce}.6\text{OH}^2$	3570			$\text{NO}^3\text{K}, (\text{NO}^3)^2\text{Ba}(\text{A})(\text{F})$ } $\text{NO}^3\text{Ag}, (\text{NO}^3)^2\text{Pb}(\text{A})$ }	} Superposition des spectres des sels simples		
$(\text{NO}^3)^2\text{Nd}.6\text{OH}^2$	3060	2675	2530	$(\text{NO}^3)^3\text{Ce}.2\text{NO}^3\text{Na}.\text{OH}^2$ } $(\text{NO}^3)^3\text{Ce}.2\text{NO}^3\text{K}.2\text{OH}^2$ } $(\text{NO}^3)^3\text{Ce}.2\text{NO}^3\text{NH}^4.4\text{OH}^2$ }	} Limite 3700		
Bandes de (Nd)...	3550-3480 (max. 3525) 3625; 3260			$2(\text{NO}^3)^3\text{Ce}.3(\text{NO}^3)^2\text{Mg}.24\text{OH}^2$ } $2\text{NO}^3)^3\text{Ce}.3(\text{NO}^3)^2\text{Zn}.24\text{OH}^2$ }	} Limite 3750 } » 3770		
$(\text{NO}^3)^3\text{Gd}.6\text{OH}^2$	3050	2710	2525				
Raies du (Gd)....	3110 et 2520						

(f) faible; (F) par fusion; (A) par voie aqueuse.

Il est à remarquer que cette limite, ainsi que les maxima et minima d'absorption, se trouvent décalés vers les petites longueurs d'onde pour les nitrates alcalinoterreux anhydres, ainsi que pour ceux des éléments des terres rares étudiés, sauf pour celui de cérium trivalent. Les nitrates de calcium et de strontium, hydratés à 4OH^2 , présentent, par contre, des limites de bandes normales.

Notons, d'autre part, pour les nitrates alcalinoterreux, l'apparition

progressive du maximum et du minimum d'absorption avec l'augmentation du poids atomique du métal.

Le décalage de la limite de la bande d'absorption a lieu vers les grandes longueurs d'onde, par rapport aux autres nitrates, pour les sels d'argent, de thallium, de mercure, de cuivre bivalent, de cérium et de fer trivalents.

Les nitrates doubles étudiés présentent des bandes différentes de celles des sels simples constituants, les deux groupements nitriques et les deux éléments métalliques étant liés mutuellement dans le réseau cristallin. Dans les cas d'un mélange ou d'un sel mixte, on observe simplement, à la limite près de la précision de lecture des caractéristiques d'absorption (± 10 à 50 \AA suivant les cas), la superposition des deux spectres ou la prédominance de celui d'entre eux qui possède la bande la plus intense.

Indiquons enfin pour $\text{NO}^3 \text{Ag} \cdot 2 \text{NH}^3$, par rapport à $\text{NO}^3 \text{Ag}$, le décalage vers les petites longueurs d'onde de la bande d'absorption du groupement nitrique.

En résumé, nous avons obtenu, par la méthode de réflexion, les spectres d'absorption ultraviolets d'un certain nombre de nitrates métalliques simples à l'état solide, et montré l'influence du cation et celle de l'eau d'hydratation sur la position des bandes caractéristiques de l'anion nitrique.

Les nitrates doubles possèdent des bandes différentes de celles de leurs deux constituants.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation du cyclohexène avec quelques dérivés benzéniques halogénés*. Note de M. ROGER PAJEAU, présentée par M. Marcel Delépine.

Si l'alcoylation d'hydrocarbures benzéniques par des hydrocarbures non saturés a fait l'objet de nombreux mémoires, celle de leurs dérivés halogénés a été peu étudiée. Nous indiquerons les résultats obtenus dans la condensation du cyclohexène avec des dérivés benzéniques halogénés en présence de chlorure d'aluminium et dans la préparation de cet hydrocarbure par déshydratation du cyclohexanol au moyen de composés du glucinium.

Après différents essais, le mode opératoire suivant a été adopté : le cyclohexène ($0^{\text{mol}},5$) était introduit goutte à goutte dans un ballon renfermant le dérivé halogéné en excès ($1^{\text{mol}},5$) et du chlorure d'aluminium récemment sublimé et pulvérisé (8^{s}), le tout agité sous un courant d'eau

froide. La réaction est terminée dès que cesse l'écoulement du cyclohexène, ce qui nécessite une quinzaine de minutes. Le résultat de l'opération est ensuite soumis aux traitements habituels.

La condensation du chlorobenzène et du cyclohexène a fourni dans ces conditions, avec un rendement de 50 %, le parachlorocyclohexylbenzène. H. A. Mayes et E. E. Turner ⁽¹⁾ l'ont obtenu en faisant agir le chlorobenzène et le chlorure de cyclohexyle en présence de chlorure d'aluminium, et R. Truffault ⁽²⁾, en condensant le chlorobenzène et le cyclohexène au moyen d'acide sulfurique. On a recueilli en outre 6^s d'un chlorodicyclohexylbenzène, E_{18} 224-226°. Le rendement en parachlorocyclohexylbenzène n'est pas amélioré par l'addition de sulfure de carbone au chlorobenzène; il est diminué par une élévation notable de la température de la réaction qui favorise la formation de produits de condensation avancée. Sous l'action de l'acide nitrique de densité 1,2, le parachlorocyclohexylbenzène donne de l'acide parachlorobenzoïque; le chlorodicyclohexylbenzène se résinifie.

Avec le bromobenzène et le cyclohexène ont été obtenus 35^s de parabromocyclohexylbenzène qu'une oxydation nitrique a convertis en acide parabromobenzoïque. Il a été préparé par les auteurs précités ⁽¹⁾, ⁽²⁾ et par D. Bodroux et R. Thomassin ⁽³⁾ qui ont effectué la bromuration du cyclohexylbenzène. En présence de bromure d'aluminium ou de bromure ferrique, le brome en excès et à froid, à la lumière diffuse, forme avec le parabromocyclohexylbenzène de l'hexabromobenzène.

En essayant de condenser l'iodobenzène avec le cyclohexène, nous n'avons obtenu qu'un liquide se décomposant à la distillation sous pression réduite.

L'orthochlorotoluène a fourni un méthyl-1-chloro-2-cyclohexylbenzène E_{14} 149-150° (rendement 40 %) et le parachlorotoluène, un méthyl-1-chloro-4-cyclohexylbenzène E_{11} 148-149° (rendement 35 %); il se forme, en outre, 6^s d'un méthyl-1-chloro-4-dicyclohexylbenzène F 140°. Les spectres Raman des corps signalés et ceux de quelques isomères seront publiés ultérieurement.

Le cyclohexène utilisé a été obtenu par déshydratation du cyclohexanol au moyen de catalyseurs. Au cours de recherches antérieures ⁽⁴⁾, nous

⁽¹⁾ *J. Chem. Soc.*, 1929, p. 500.

⁽²⁾ *Bull. Soc. Chim.*, 5^e série, 6, 1939, p. 726.

⁽³⁾ *Bull. Soc. Chim.*, 5^e série, 6, 1939, p. 1411.

⁽⁴⁾ R. PAJEAU, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1347.

avons constaté que le bromure de glucinium peut être substitué au chlorure de zinc comme déshydratant, dans la préparation de la résacétophénone avec l'acide acétique et la résorcine; le rendement est cependant plus faible. Chauffé avec du cyclohexanol à l'ébullition, cet halogénure permet de recueillir du cyclohexène, mais son action n'est pas durable.

La déshydratation des vapeurs de cyclohexanol à 300° est catalysée par l'oxyde de glucinium; celui-ci étant préparé en faisant agir l'ammoniaque sur le sulfate de glucinium, nous avons essayé d'utiliser le sel lui-même.

Si du sulfate de glucinium (tétrahydraté 8^h) est disposé sur des billes de verre à l'intérieur d'un tube chauffé à 200° sur 30^{cm} de longueur, où circulent des vapeurs de cyclohexanol, on obtient, en moyenne par heure, après séparation de l'eau, 26^c d'un liquide renfermant 85 % de cyclohexène.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur la teneur en chlorures de quelques sédiments fluviomarins.* Note (1) de M. **CLAUDE FRANCIS-BŒUF.**

Dans un estuaire, les dépôts qui sont recouverts par la marée ont une teneur en chlorures d'autant plus élevée que les eaux qui les baignent sont elles-mêmes plus salées. Toutefois, on a l'habitude de rapporter cette teneur au poids sec du sédiment. Il est pourtant évident que plus le sédiment peut inclure ou retenir d'eau, plus il contiendra de sels une fois desséché. Cette teneur en eau dépend de la structure, de la granulométrie (²), de la nature des colloïdes associés etc. Dans ces conditions, il est difficile de comparer entre elles les teneurs en chlorures des sédiments desséchés.

On élimine, par contre, cette incertitude, en rapportant la teneur en chlorures, non plus au poids sec du sédiment, mais à l'eau qui lui est associée. On obtient alors des valeurs qui sont comparables dans tous les cas.

La teneur en eau par rapport au poids d'un sédiment est

$$T \% = \frac{(P - p) \cdot 1000}{p - t},$$

où P est le poids de l'échantillon frais + celui du récipient,

<i>p</i>	»	»	sec +	»
<i>t</i>	»	du récipient.		

(¹) Séance du 3 novembre 1941.

(²) La quantité d'eau dépend, entre autres, de la surface totale du sédiment et, par conséquent, augmente rapidement avec la finesse des particules qui le constituent.

La teneur naturelle en eau (T) d'un échantillon est très difficile à mesurer exactement. Elle dépend des conditions de prise de l'échantillon, de l'évaporation etc. En revanche, on peut lui substituer une autre valeur qui, elle, peut se mesurer au laboratoire, la teneur en eau sous tassement libre (T_1) ⁽³⁾, ⁽⁴⁾. Il suffit de disperser, par agitation dans l'eau, un certain poids de l'échantillon dans une éprouvette, puis de le laisser reposer pendant 24 heures, et, après décantation de l'eau surnageante, de mesurer la teneur en eau, T_1 , du dépôt.

Si l'on connaît, d'autre part, la teneur en chlorures du sédiment ⁽⁵⁾, il est facile d'établir les rapports suivants :

$$\frac{\text{Chlorures de l'échantillon en } \frac{\%}{\%}}{\text{Teneur naturelle en eau (T } \frac{\%}{\%})} 1000 = \frac{C}{T} 1000 = S$$

$$\frac{\text{Chlorures de l'échantillon en } \frac{\%}{\%}}{\text{Teneur en eau sous tassement libre (T}_1 \frac{\%}{\%})} 1000 = \frac{C}{T_1} 1000 = S_1.$$

qui donnent la salinité de l'eau d'imbibition du sédiment. S est en général plus forte que dans les conditions naturelles (T, trop élevée); par contre, S_1 est toujours plus faible.

Il est intéressant, ainsi que l'ont indiqué D. M. Reid ⁽⁶⁾, Alexander, Southgate et Bassindale ⁽⁷⁾, de comparer la teneur en chlorures des eaux d'imbibition du sédiment à celle de l'eau qui le recouvre (S_r). Ces auteurs, qui recueillaient directement l'eau d'imbibition avec une pipette, ont constaté que S est toujours plus élevée que S_r .

Par une toute autre méthode, j'ai cherché à établir les rapports : S/S_r et S_1/S_r , pour le cas des vases de l'estuaire de la Penzé (Finistère). Celles-ci ont été recueillies, en surface, au Pont de la Corde (rive droite), aux quatre niveaux suivants :

1, à la limite de l'eau à basse mer; 2, au niveau intermédiaire entre le

⁽³⁾ J. BOURCART, *Soc. Géol. Fr.*, à paraître en 1941.

⁽⁴⁾ B. BRAJNIKOV, *Comptes rendus*, 213, 1941, pp. 271-273.

⁽⁵⁾ La teneur en chlorures du sédiment est obtenue par des lavages successifs, à l'eau distillée et à l'ébullition, d'un certain poids de l'échantillon desséché à 110° : la dernière eau de lavage ne doit pas troubler le nitrate d'argent. La totalité des eaux de lavage est recueillie et jaugée, et, sur un volume connu de ces eaux, on dose les chlorures à l'aide d'une solution titrée de NO_3Ag .

⁽⁶⁾ *Journ. Mar. Biol. Assoc.*, 16, 1930, p. 609 et 18, 1932, p. 299.

⁽⁷⁾ *Journ. Mar. Biol. Assoc.*, 18, 1932, p. 97; *Survey of the Tees*, H. M. S. O., Londres, 3^e partie, pp. 42-43 et 85-86, 1931-1935.

bas de l'eau et la cale; 3, au niveau de la cale; 4, au niveau des maisons de la berge (haut de la cale).

Les résultats obtenus sont les suivants :

N°.	T %.	T ₁ %.	C %.	S _r ‰.	S.	S ₁	S/S _r	S ₁ /S _r
1.....	143	185	4,59	24,5	32,09	24,80	1,30	1,01
2.....	102	141	4,59	29,0	45,00	32,50	1,55	1,12
3.....	099	122	4,59	33,0	46,36	37,60	1,40	1,14
4.....	126	172	5,10	34,5	40,47	29,60	1,17	0,85

S_1/S_r est inférieur à l'unité pour le niveau 4, mais il faut tenir compte du fait que ce niveau n'est atteint par les eaux salées qu'aux hautes mers de vive eau et que, par conséquent, les eaux de ruissellement peuvent dessaler partiellement le sédiment.

On constate donc que la teneur en chlorures des eaux d'imbibition est supérieure à celle des eaux de recouvrement.

C'est aussi la conclusion à laquelle arrivaient les auteurs précédemment cités.

Pour rendre compte de ce phénomène on peut envisager l'hypothèse suivante: par suite d'une dessiccation plus ou moins grande du sédiment, pendant le temps de la marée descendante, l'eau d'imbibition voit sa concentration en chlorures augmenter; les eaux qui imbibent de nouveau le sédiment, avec le flot, se mélangent aux eaux résiduelles, et la teneur en chlorures des nouvelles eaux d'imbibition augmente alors.

L'hypothèse semble se vérifier si l'on considère que le rapport S_1/S_r augmente avec la hauteur du niveau. En effet, le niveau 1 reste moins longtemps à l'air libre que le niveau 3: la durée d'évaporation possible est donc moins prolongée.

Des recherches plus complètes sont nécessaires pour expliquer le mécanisme exact de ce phénomène, mais, dès maintenant, on peut faire certaines remarques :

1° Les auteurs anglais pensent, et l'on peut facilement adopter leur point de vue, que la teneur en chlorures élevée des eaux d'imbibition des sédiments explique la possibilité pour des espèces fouisseuses, Mollusques ou Annélides marins, par exemple, de supporter les grandes variations de salinité des eaux des estuaires. Ces animaux, enfouis dans la vase, à basse mer, trouveraient des conditions de vie peu différentes de celles de l'eau de mer à marée haute. Si, dans le cas qui a été étudié ici, le rapport S_1/S_r est assez voisin de l'unité, il n'en est pas de même pour les zones fluvio-

marines situées en amont. C'est ainsi qu'au village de Penzé ⁽⁸⁾ où, pendant plusieurs heures au cours d'une marée, les eaux sont douces, M. Prenant et M. Duval ⁽⁹⁾ ont constaté la présence du crabe *Carcinus maenas*. Ils pensent que cet animal se terre dans la vase plus salée. D'après des observations faites dans des conditions sensiblement analogues par Alexander, Southgate et Bassindale, la vase serait imbibée par une eau dont la teneur en chlorures serait de 11 ‰. On peut donc se demander s'il n'y a pas là une explication générale de la présence d'espèces marines, là où les conditions physicochimiques des eaux sont différentes de celles de l'eau de mer.

2° Du point de vue géologique, on peut aussi se demander ce que deviennent les chlorures résultant de l'évaporation des eaux d'imbibition au moment du dépôt des roches meubles ⁽¹⁰⁾.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la dédifférenciation des cellules chlorophylliennes dans les boutures de feuilles de Brimeura amethystina* L. Note de M. ROGER BUVAT, présentée par M. Louis Blaringhem.

Dans les boutures de feuilles de *Brimeura amethystina*, en dehors de l'activité de l'épiderme, qui forme les bulbilles, des racines naissent dans le parenchyme chlorophyllien par dédifférenciation de ses cellules ⁽¹⁾.

Les cellules du mésophylle de *B. amethystina* sont constituées par une mince couche cytoplasmique pariétale, limitant une grande vacuole centrale; le noyau est accolé à la paroi; le cytoplasme renferme des chloondriotes flexueux, souvent ramifiés, ou renflés à leurs extrémités, et des mitochondries granuleuses. Les chloroplastes sont répartis dans tout le cytoplasme; beaucoup entourent le noyau; ils sont lenticulaires, mais certains sont restés plus ou moins longuement caudés, rappelant ceux décrits par Guilliermond dans l'Iris (fig. 1 à 8).

Les premiers signes d'activation concernent les plastides et le noyau. L'activation du noyau est précoce et l'on trouve des caryocinèses dans des

⁽⁸⁾ C. FRANCIS-BOEUF, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 805.

⁽⁹⁾ *Trav. Stat. Biol. Roscoff*, 4, 1926, p. 89.

⁽¹⁰⁾ J. WALTHER, *Das Gesetz der Wüstenbildung*, 2^e édition, 1912.

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 213, 1941, pp. 314-316.

cellules à gros chloroplastes encore semblables à ceux de la feuille normale. Cependant la plupart des chloroplastes accumulent beaucoup d'amidon; chaque plaste en élabore plusieurs grains, d'abord lenticulaires, puis devenant ovoïdes ou sphériques à leur maximum de développement (*fig. 9 à 16*).



Figures d'involution des chloroplastes des cellules du mésophylle de *Brimeura amethystina*, obtenues par les méthodes de Regaud, de Meves et de Guilliermond.

Cette amylogenèse est parfois plus poussée et aboutit à la formation de gros amyloplast, souvent simples, résultant de la séparation des grains du chloroplaste primitif; leur coque mitochondriale devient extrêmement mince et souvent invisible, mais des préparations obtenues avec le fixateur de Meves nous ont permis de constater qu'elle existe toujours, et de rejeter l'hypothèse de la libération de grains d'amidon par détachement du plaste (*fig. 27 à 31*).

Au cours de cette évolution, la chlorophylle disparaît lentement, mais beaucoup de plastes, même bourrés d'amidon, en contiennent encore un peu : leur transformation en amyloplastes dépigmentés est tardive; elle ne s'achève parfois que lorsque leur contenu commence à être utilisé. Nous aboutissons à la constitution d'un tissu appauvri en chlorophylle et très riche en amidon. A cet état, les cellules sont devenues polyédriques et forment de petits massifs sans lacunes ni méats. La taille des noyaux a peu varié; le cytoplasme forme toujours une mince pellicule pariétale, renflée autour du noyau et des plastes, le centre étant occupé par la vacuole habituelle.

C'est dans de telles cellules que commencent à se produire de véritables

phénomènes de dédifférenciation. Certains plastes ne changent pas de taille ni de forme, on les retrouve çà et là jusque dans des cellules nettement méristématiques. Cependant leur amidon est progressivement digéré; la solution iodée ne colore plus que les régions au contact du corps mitochondrial (*fig.* 32 à 34), mais laisse des espaces incolores, qui semblent remplis des produits de cette hydrolyse; ceci explique la constance de leur forme. Le corps mitochondrial se ramasse en lames minces entre les grains.

Le plus souvent, les plastes subissent une diminution de taille en conservant leur même aspect, puis le corps du plaste se localise en une ou plusieurs calottes à la périphérie de chaque grain d'amidon et acquiert progressivement des formes globuleuses et en bâtonnets souvent renflés en massues (*fig.* 18 à 26). Beaucoup de ces bâtonnets se divisent par étranglement en deux granules après digestion de l'amidon. Ainsi les formes habituelles du chondriome des cellules méristématiques se trouvent réalisées par involution des plastes. L'amidon est digéré lentement au fur et à mesure de la prolifération de ce tissu méristématique; sa persistance est considérable, on en trouve encore dans le méristème organisé de la jeune racine, alors qu'il commence à fonctionner (*fig.* 35 à 42).

Cette involution des plastes s'accompagne de la segmentation des chondriocotes; elle est souvent précoce et aboutit à la formation de courts bâtonnets ou de mitochondries granuleuses. Mais, comme dans la genèse épidermique des bulbilles, tandis que les plastes se résorbent peu à peu en passant par l'état d'amyloplast, une partie du chondriome banal, plus ou moins segmenté déjà, commence à se différencier en amyloplast. Il s'agit le plus souvent de mitochondries granuleuses, mais on rencontre aussi des chondriocotes formant un ou plusieurs petits grains d'amidon. De nombreuses observations nous ont permis de les distinguer des anciens chloroplastes en voie de dédifférenciation, auxquels ils ressemblent souvent. Leur aspect vésiculeux et leur petite taille les caractérisent dans la plupart des cas.

La réduction et la segmentation de la grande vacuole centrale s'effectuent progressivement, mais complètement, jusqu'à la formation de très petites vacuoles, souvent filamenteuses, à contenu concentré.

Finalement, nous obtenons de petits massifs dont les cellules ont tous les caractères des cellules méristématiques ordinaires; elles prolifèrent en s'organisant et forment des racines normales. Il y a donc eu, à partir de cellules chlorophylliennes adultes, ayant cessé de se diviser, une dédiffé-

renciation totale, jusqu'à l'état de cellules embryonnaires, capables de se redifférencier ensuite en les diverses cellules d'une racine normale.

ENTOMOLOGIE. — *Sur le développement de Leucotermes (Reticulitermes) lucifugus Rossi*. Note ⁽¹⁾ de M. JEAN BATHÉLIER, présentée par M. Louis Bouvier.

Au cours de précédents travaux ⁽²⁾, j'ai recueilli des précisions sur le développement des diverses castes de certains Termites indochinois, appartenant tous à la famille des *Métatermitidés*. J'ai constaté que le développement des sexués de ces Termites se réalise par cinq stades nymphaux à bourgeons alaires graduellement développés, stades précédés d'un stade larvaire plus petit, de forme indifférenciée, et suivis du stade adulte.

Grassi, d'autre part, a donné, il y a près de cinquante ans, un schéma du développement du Terme commun dans le midi de l'Europe, *Leucotermes (Reticulitermes) lucifugus* Rossi, famille des *Mésotermitidés* ⁽³⁾. L'auteur représente le stade sexué adulte comme succédant à trois stades nymphaux, succédant eux-mêmes à deux stades larvaires, dont le second se distingue déjà, par une plus petite tête, des larves neutres de même taille.

J'ai eu moi-même, au cours de ces derniers mois, l'occasion d'examiner de nombreuses populations de cette espèce, et j'ai constaté que les vues de Grassi doivent être modifiées comme il suit.

Certaines larves désignées par Grassi comme ayant une petite tête, 14 articles aux antennes, et faisant la transition entre les larves prénymphales et les formes larvaires neutres, soldats et ouvriers, sont, en réalité, des nymphes. Elles présentent au méso et au métanotum des ébauches latérales d'ailes incontestables, bien que fort petites, ébauches nettement détachées de l'abdomen et présentant un angle à l'arrière. Chacune possède deux petites nervures parallèles au bord latéral. Pendant presque toute la durée de ce stade, les antennes montrent 12 articles; la division du troisième article en trois nouveaux ne se produit que vers la fin. Ce sont ici les premières nymphes de la série des formes sexuées : je les désigne par le n° 1.

(1) Séance du 27 octobre 1941.

(2) *Contribution à l'étude systématique et biologique des termites de l'Indochine*. Paris, 1937, pp. 243-329.

(3) GRASSI et SANDIAS. *Costituzione e sviluppo della società dei Termitidi*. Catania, 1893, pp. 54-63.

Les nymphes n° 2 ont des ébauches d'ailes encore purement latérales, plus aiguës que les précédentes. Chez les nymphes du troisième stade, les ébauches d'ailes dépassent le bord postérieur du segment, les postérieures atteignent le bord postérieur du premier tergite abdominal.

Grassi a, de plus, signalé comme naissant de ce troisième stade nymphal, les nymphes de la deuxième forme de Lespès à courts bourgeons alaires. Ses propres figures et l'examen des insectes m'ont fait voir qu'il a réuni sous ce nom deux catégories de nymphes. Les unes ont des ébauches d'ailes postérieures atteignant le bord postérieur du deuxième tergite abdominal, leurs yeux composés ne sont jamais pigmentés; je les ai trouvées dès septembre dans les nids, donc peu de temps après le début du cycle sexuel. Ce sont les nymphes n° 4.

Elles produisent les nymphes n° 5, désignées par Lespès comme nymphes de la première forme, montrant 18 articles aux antennes, des ébauches d'ailes postérieures dépassant le bord postérieur du quatrième tergite. Seules, ces ultimes nymphes présentent une légère pigmentation brun rouge des yeux composés, développée dans les éléments antérieurs. Ceci constitue une différence avec les *Métatermitidés* tropicaux, chez lesquels les yeux composés sont pigmentés dès le troisième stade nymphal.

A ces nymphes font suite les sexués adultes pourvus de longues ailes; ils sont, d'abord, complètement blancs sauf les yeux composés, qui sont bruns dans toute leur étendue. A ce moment, les antennes ont 19 articles.

D'autre part, les « nymphes de la deuxième forme » des auteurs renferment encore d'autres insectes. Ceux-ci ont un corps en général plus long, plus variable avec l'âge. Leurs bourgeons d'ailes sont nettement plus courts que ceux des nymphes n° 4 : ils n'atteignent pas le bord postérieur du premier tergite abdominal; ils sont donc relativement plus courts que ceux mêmes des nymphes n° 3. Leurs antennes ont 18 articles au début du stade, elles acquièrent bientôt 19 articles, et l'œil composé peut se pigmenter graduellement, mais par toute sa surface.

J'ai trouvé plusieurs nymphes de cette forme présentant 20 articles aux antennes et des yeux colorés en brun : ce sont là les reproducteurs néotènes déjà signalés par Grassi et d'autres auteurs. Je n'ai rencontré ces vraies nymphes de la deuxième forme dans les nids que dans la dernière partie du cycle reproducteur, avant l'envol des sexués, à partir de mars.

Voici les caractéristiques des diverses nymphes de la série des sexués parfaits.

	Nymphes du				
	1 ^{er} stade.	2 ^e stade.	3 ^e stade.	4 ^e stade.	5 ^e stade.
	mm	mm	mm	mm	mm
Longueur totale.....	2,67	3,44	4,36	5,38	5,54
Longueur du corps (abdomen+thorax) ..	1,90	2,67	3,23	4,31	4,56
Longueur de la tête.....	0,77	0,92	1,18	1,44	1,44
Largeur de la tête.....	0,67	0,82	0,97	1,08	1,13
Nombre des articles des antennes.....	12	14	16	18	18

Il ressort de ces faits les conclusions suivantes :

1^o Le développement des sexués normaux de *Leucotermes* (*Reticulitermes*) *lucifugus* Rossi s'accomplit, comme chez les *Métatermitidés*, en cinq stades nymphaux successifs et non pas en trois. D'ailleurs, le genre *Leucotermes* est parmi les *Mésotermidités*, un de ceux qui se rapprochent le plus des *Métatermitidés*, spécialement des *Macrotermes*.

2^o Les néotènes signalés depuis longtemps dans l'espèce susdite semblent se détacher à un moment déterminé de la série des stades nymphaux normaux. Leur propre développement comporte un nombre fixe de stades : ceci doit les faire considérer comme une caste régulière supplémentaire.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le rôle de la vitamine B₁ dans l'utilisation des différentes fractions organiques des aliments.* Note de M. **RAOUL LECOQ**, présentée par M. Maurice Javillier.

Étudiant la combustion physiologique des glucides, lipides et protides (glucose, huile d'olive, peptone de muscle), nous avons observé dans tous les cas des modifications des échanges respiratoires comparables, laissant à penser qu'il s'institue un processus de combustion complexe où semblent intéressées les diverses fractions organiques des aliments (¹). Par ailleurs l'utilisation de glucides, lipides ou protides variés, entrant en fortes proportions dans des régimes artificiels, ne nous est apparue possible pour l'organisme du Pigeon qu'en présence d'une proportion de vitamines B suffisante (²). Il est vrai que ces vitamines B, que nous considérons dès 1928, avec M^{me} L. Randoïn, comme formées au moins de trois

(¹) R. LECOQ et J.-M. JOLY, *C. R. Soc. Biol.*, 123, 1936, p. 680.

(²) R. LECOQ, *Thèse Doct. Sc. nat.*, Paris, 1934.

éléments (B_1 , B_2 , B_3), se montrent, à la lumière des connaissances nouvelles, comme des métabolites indispensables à l'action des diastases musculaires, la thiamine (B_1) étant le constituant essentiel de la cocarboxylase, la riboflavine (B_2) formant le groupe actif du ferment jaune de Warburg, et l'association riboadénine et ribonicotinamide (B_3) étant à la base des coferments I et II⁽³⁾.

En dépit de ces faits il est classique de baptiser la riboflavine du nom trop limitatif de *vitamine B₂ d'utilisation des glucides*; mais ce que nous venons de rappeler montre que les vitamines B_1 et B_3 auraient autant de droit à cette désignation. D'autre part, tout porte à croire que ces vitamines ne se contentent pas d'intervenir dans la dégradation des glucides, mais interviennent encore dans le métabolisme des lipides et des protides.

Pour vérifier le bien-fondé de cette hypothèse, nous nous sommes adressé à la vitamine B_1 (thiamine cristallisée), à laquelle on n'attribue d'ordinaire que des propriétés antinévritiques.

L'expérimentation fut conduite sur des lots de quatre pigeons adultes de 350^g environ, recevant de l'eau à volonté et une alimentation limitée, donnée quotidiennement par gavage et constituée par 18^g de saccharose ou 9^g d'huile d'olive ou 18^g de peptone de muscle, ces substances de base étant additionnées de 1^g,60 d'agar-agar pulvérisé et de 0^g,40 de papier filtre coupé en menus morceaux, jouant le rôle de substances de lest. Trois autres lots de pigeons reçurent en outre les mêmes nourritures avec adjonction journalière de 175 γ de vitamine B_1 . Il est bien évident que le saccharose, l'huile d'olive et la peptone de muscle ingérés en quantités sensiblement isodynamiens ne peuvent, malgré l'addition de substances de lest et de vitamine B_1 , réaliser une alimentation satisfaisante, puisqu'ils sont privés des autres éléments organiques essayés concurremment et presque complètement dépourvus d'autres vitamines et de sels minéraux.

Quand ces régimes sont donnés sans vitamine B_1 , ils n'assurent chez le Pigeon que des survies variables, en rapport avec l'élément de base et avec sa rapidité d'assimilation intestinale, fait maintes fois vérifié par M^{me} L. Randoin et H. Simonnet et par nous-même. Ces survies se montrent fort courtes pour le saccharose et la peptone de muscle, plus longues pour l'huile d'olive. Avant l'issue fatale, les animaux présentent, dans tous les cas, des crises polynévritiques nettes; mais tandis que la paralysie des

(³) R. LECOQ, *Les vitamines B*, Publication n° 609 du Centre de Documentation chimique, Paris, 1940.

patte s'observe très régulièrement, les troubles cérébelleux particulièrement dramatiques ne se produisent qu'avec le saccharose et la peptone de muscle.

L'adjonction quotidienne de 175 γ de vitamine B₁ entraîne une prolongation appréciable des survies, et, si elle ne suffit à empêcher ni la chute progressive du poids ni en fin d'expérience la chute de la température centrale, elle écarte de façon manifeste toutes crises typiques de polynévrite. L'action complémentaire de la vitamine B₁, ajoutée ici en large excès, n'est toutefois pas équivalente dans tous les cas. Les survies se trouvent en effet prolongées de 5 à 15 jours avec la peptone de muscle, de 10 à 30 jours avec l'huile d'olive et de 35 à 55 jours avec le saccharose. L'addition de vitamine B₁ favorise donc bien l'utilisation des différents éléments de la fraction organique des aliments; mais, pour les exemples choisis, son action décroît des glucides aux lipides et des lipides aux protides.

Voici un résumé des survies observées :

Régime.	sans B ₁ .	avec B ₁ .
Saccharose	13-18 jours	55-70 jours
Huile d'olive.....	25-30 »	40-55 »
Peptone de muscle	15-20 »	25-35 »

La réserve alcaline, déterminée par la méthode de van Slyke sur le sang de nos animaux prélevé par décapitation lorsque la mort semblait proche, oscillait entre 20 et 45^{cm} de CO₂ % de plasma en l'absence de vitamine B₁, et entre 47 et 55^{cm} quand il y avait adjonction de cette vitamine, quel que fût le régime.

Conclusions. — Une nouvelle preuve est fournie du rôle joué par les vitamines B (et spécialement ici de la vitamine B₁) dans le métabolisme des trois constituants de la fraction organique des aliments : glucides, lipides, protides. La riboflavine ou vitamine B₂ n'est pas seule à favoriser l'utilisation des glucides.

L'action exercée par la vitamine B₁ sur le saccharose, l'huile d'olive et la peptone de muscle, se traduit chez le Pigeon par une prolongation des survies, allant en décroissant de la première à la dernière de ces substances.

La vitamine B₁ exerce également une protection très nette sur la réserve alcaline, qui est sensiblement abaissée par l'avitaminose B totale.

Comme dans nos précédentes recherches sur les déséquilibres alimentaires, les crises polynévritiques apparaissent sous la dépendance d'un

état acidotique des sujets. Toutefois les crises cérébelleuses manquent dans les troubles propres au métabolisme des lipides, parce que celles-ci se trouvent liées, ainsi que nous l'avons montré antérieurement, à une intoxication acide, proprement lactique ou pyruvique (*).

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur les rôles de la vitamine C et de la phosphatase dans la formation de la substance osseuse au niveau des cals de fracture.* Note de M. JEAN ROCHE et M^{me} RAPHAËLE MARTIN-POGGI, présentée par M. Antonin Gosset.

La fragilité osseuse des scorbutiques (Tozer, Mouriquand, Djabri) et l'existence de troubles, tant dans la réparation des fractures expérimentales (Bier, Lexer, Roche et Martin-Poggi) que dans le développement dentaire (Hanke, Fish et Harris) chez le Cobaye carencé en acide ascorbique, sont des preuves indirectes du rôle de la vitamine C dans l'ossification. De plus la participation aux processus ostéogénétiques d'une phosphatase, facteur d'enrichissement local en ions phosphoriques, ne saurait être mise en doute (Robison, Roche). Aussi avons-nous cherché à préciser l'action de la vitamine et celle de l'enzyme dans la formation des cals osseux, matériel de choix pour suivre l'évolution de l'ostéogenèse sans que les diverses phases de celle-ci chevauchent, comme tel est le cas dans les pièces squelettiques en croissance. Pensant que la vitamine C et la phosphatase doivent être présentes en quantité particulièrement grande dans les foyers de fracture pendant la période où chacune y joue un rôle physiologique important, nous avons dosé l'une et l'autre dans des cals expérimentaux de formation plus ou moins ancienne (').

Nos recherches ont porté sur 68 Cobayes adultes ayant subi une fracture du radius droit. Les animaux, soumis à un régime alimentaire complet, non scorbutigène, ont été sacrifiés à des temps successifs après le traumatisme. Les dosages d'acide ascorbique (méthode de Tillmanns, modifiée par Manceau, Policard et Ferrant) et de phosphatase (méthode

(*) R. LÉCOQ, *Bull. Sc. pharmacol.*, 47, 1940, p. 154.

(') On trouvera la bibliographie de travaux cités dans cette Note et de nombreuses références sur le même sujet dans R. MARTIN-POGGI, *Vitamine C et réparation des fractures osseuses (recherches expérimentales)*. Thèse Doct. Pharm., Marseille, 1941; 1 vol., 84 p., Lons-le-Saulnier.

de Roche, Filippi et Léandri) dans leurs cals et dans les diaphyses radiales d'animaux normaux témoins ont donné des résultats qui, malgré des écarts individuels importants, se traduisent par des valeurs moyennes d'un ordre de grandeur significatif, comme en témoigne l'examen du tableau ci-dessous.

Teneurs moyennes en acide ascorbique (mg p. %) et activités phosphatasiques moyennes (unités pour 100^e) des diaphyses radiales de cobayes normaux et de cals de cobayes porteurs d'une fracture de la diaphyse radiale.

Nombre de jours écoulés depuis la fracture.	État du cal.	Acide ascorbique (mg).	Activité phosphatasique (unités).
0.....	Diaphyse normale	3,8	2,3
0 à 10.....	Ébauche conjonctive	12,4	4,5
10 à 14.....	Cal conjonctif	20,4	5,4
14 à 18.....	Cal conjonctif	9,7	8,8
18 à 24.....	Début d'ossification	4,1	34,4
24 à 30.....	Cal osseux	3,1	2,9

Les faits suivants se dégagent de nos expériences :

I. Les cals de fracture sont le siège d'une accumulation d'acide ascorbique dans la période de leur évolution au cours de laquelle la matrice conjonctive se constitue. Cette observation, en accord avec celles de Wolbach et Howe, de M^{mes} Mazoué et Randoïn, sur l'importance de la vitamine C dans la formation des fibres conjonctives, localise sur ce processus la participation de l'acide ascorbique à l'ostéogenèse. Sa trame protéique primitive une fois formée, le cal est le siège de transformations encore mal définies, aboutissant à l'apparition de ce que les histologistes désignent, avec Leriche et Policard, sous le nom de *substance préosseuse*, en même temps qu'il s'appauvrit en acide ascorbique; le rôle de la vitamine C dans la formation du cal est alors pratiquement terminé.

II. Comme permettaient de le prévoir les observations préliminaires de Botterel et King, de Kamada, de Roche et Filippi, la phosphatase n'apparaît en abondance qu'au début de l'ossification du cal, dans les quelques jours précédant immédiatement la *prise*, après quoi son activité devient très réduite.

Des recherches poursuivies par l'un de nous et Mourgue ont permis de constater que l'on observe alors une accumulation de radicaux phosphoriques en excès dans le cal, en sorte que la principale fonction physiologique de la phosphatase est de préparer la calcification, en permettant par

son activité le stockage des radicaux phosphoriques par la substance préosseuse.

Conclusions. — La vitamine C et la phosphatase participent chacune à une phase particulière de la formation des cals osseux. L'acide ascorbique joue un rôle important dans l'organisation de la matrice protéique, grâce à son action sur le développement des fibres conjonctives; elles n'interviennent plus ensuite que pour l'entretien et le renouvellement de celles-ci. La phosphatase ne manifeste par contre une activité intense qu'immédiatement avant la calcification. Elle permet alors l'accumulation de radicaux phosphoriques au niveau de la substance préosseuse, du phosphate tricalcique se formant par la suite *in situ* lors de la prise du cal.

Ainsi se trouvent délimitées par des processus biochimiques deux étapes de l'ostéogenèse préliminaires à la calcification proprement dite et se succédant dans les cals comme dans les os en croissance.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Transmission du Bacille de Whitmore par le Moustique Aedes (Stegomyia) Aegypti.* Note de MM. **GEORGES BLANC** et **MARCEL BALTAZARD**, présentée par M. Émile Roubaud.

Nous avons montré (1) que la Puce du Rat, *Xenopsylla cheopis*, pouvait transmettre l'infection à Bacille de Whitmore.

Cependant la spécificité parasitaire des infections microbiennes étant en général mal définie, nous avons étendu nos recherches à d'autres Insectes piqueurs; nous rapportons ici les résultats obtenus avec le Moustique *Aedes Aegypti*, choisi pour son ubiquisme parasitaire.

Technique. — Des *Aedes*, au nombre de 50 femelles et quelques mâles, sont introduits dans une cage placée à l'obscurité, en atmosphère très humide. A l'intérieur de la cage est suspendu un vase en terre poreux, rempli d'eau et fermé au coton hydrophile. La surface rugueuse et humide de ce vase suffit à assurer l'humidité de l'air et à permettre la ponte des *Aedes*. Le cycle de ponte et de repas sanguins s'établit très régulièrement et la mortalité est faible.

Expérience. — Dans cette cage sont successivement introduits deux

(1) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 541.

Cobayes inoculés sous la peau avec le produit de broyage de la rate de Cobayes morts de l'infection à Bacille de Whitmore; la souche utilisée est du type rugueux. Les animaux inoculés avec 1^{cm³} d'un tel broyat meurent, en moyenne, en quatre jours. Les Cobayes infectés sont introduits dans la cage, le ventre épilé et attachés sur le dos; chaque séance de piqûre dure 1 heure. Le premier Cobaye est introduit six fois pendant quatre jours; lors de la dernière séance de piqûres, l'animal est agonisant. Le surlendemain, un second Cobaye, inoculé comme le premier, est soumis aux piqûres des *Aedes* pendant quatre jours, à cinq reprises. Lors de la dernière séance, le Cobaye est agonisant.

Aux Cobayes infectés succèdent des Cobayes neufs qui sont introduits dans la cage et exposés aux piqûres, dans les mêmes conditions que les Cobayes infectés. Le premier est introduit à 9 reprises pendant 5 jours, au bout desquels il est remplacé par un autre Cobaye neuf, car il présente un ganglion inguinal bien perceptible et, sur la paroi ventrale, un petit nodule purulent non ulcéré. Le second animal sera soumis aux piqûres, à sept reprises, pendant cinq jours, et retiré au moment de l'apparition d'un bubon inguinal et de lésions cutanées. Les deux Cobayes meurent d'infection à Bacille de Whitmore, le premier cinq jours, le second huit jours après la dernière séance de piqûres. Tous deux présentent, au moment de la mort, de nombreux nodules cutanés purulents. A l'autopsie, on note que les ganglions inguinaux sont hypertrophiés, purulents, les poumons ont de nombreux petits abcès, la rate est grosse, avec quelques abcès. Du pus des ganglions et de la rate, on isole des Bacilles de Whitmore du type plissé.

Vingt et un jours après le début de l'expérience, il reste dans la cage 14 *Stegomyia* vivants. Broyés et inoculés sous la peau d'un Cobaye, ils lui donnent une infection à Bacille de Whitmore, mortelle en trois jours, avec placard sous-cutané, adénite inguinale, grosse rate avec abcès et présence de Bacilles de Whitmore.

Les œufs pondus sur le vase poreux sont mis à éclore. Les larves recueillies sont broyées et, après dilution en eau physiologique, inoculées à un Cobaye qui ne s'infecte pas.

En résumé, l'*Aedes (Stegomyia) Egypti* peut s'infecter facilement de Bacilles de Whitmore. Il peut transmettre l'infection par piqûre.

L'infection n'est pas héréditaire chez le Moustique.

Il résulte de nos recherches que l'infection d'Arthropodes variés par le Bacille de Whitmore est possible. Il n'existe donc pas pour ce Microbe, pas plus que pour celui de la peste, de spécificité parasitaire stricte.

Le rôle d'hôte vecteur doit revenir, dans la nature, à celui ou à ceux des Arthropodes auxquels leur comportement parasitaire, vis-à-vis des Rongeurs et de l'Homme, donne les meilleures chances de pouvoir transmettre l'infection.

A 15^h 20^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 15^h 40^m.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'OCTOBRE 1941.

L'avenir de la science. 15. *Le jeu, la chance et les théories scientifiques modernes*, par ÉMILE BOREL. Paris, Gallimard, 1941; 1 vol. 20^{cm}.

Traité de chauffage, par MARCEL VÉRON. Tome I. *Chaleur et température. Chimie de la combustion*. Paris, Dunod, 1941; 1 vol. 25^{cm}, 5.

Société des Ingénieurs civils de France. *Recherche des évolutions réelles de l'air et de l'eau dans les laveurs*, par MARCEL VÉRON et A. MISSENAUD. Extrait des *Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France*. Paris, 1940; 1 fasc. 24^{cm}.

Météorologie et Physique du Globe. Tome I. *Météorologie nautique*. Tome II. *Physique des Mers*, par JULES ROUCH. Paris, Société d'Éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1940 et 1941; 2 vol. 25^{cm}, 5.

Recherches et expériences sur la préparation d'un vaccin contre le cancer, par GUSTAVE RAPPIN. Nantes, Imprimerie de Bretagne, 1941; 1 fasc. 24^{cm}, 5.

Louis Corbière, par A. BIGOT et AUGUSTE CHEVALIER, in *Bulletin de la Société linéenne de Normandie*, 9^e série. Tome II. Caen, Imprimerie Ch. Le Tendre, 1941; 1 fasc. 22^{cm}.

Société de biogéographie. VII. *Contribution à l'étude de la répartition actuelle et passée des organismes dans la zone néritique*, par R. ABRARD, M. ANDRÉ, L. BERLAND, A. BIGOT, P.-A. BUROLLET, AD. DAVY DE VIRVILLE, C. DECHASEAUX, L. FAGE, J. FELDMANN, P.-H. FISCHER, E. FISCHER-PIETTE, M. FONTAINE, L. GERMAIN, R. LEGENDRE, M^{me} P. LÉMOINE, H. PRAT, H.-G. SCHENCK et A.-M. KEEN, L.-G. SEURAT, J. TIMON-DAVID. Paris, Paul Lechevalier, 1940; 1 vol. 25^{cm}, 5 (présenté par M. Chevalier).

(A suivre.)
